



LECTURAS CLASE 11

Programa: validacion de bachillerato

Clase 11: matematicas

Lectura orientadora:

¿Qué es Matemáticas?

La etimología de la palabra matemática remite al griego mathema, que puede traducirse como «estudio de un tema». Se define como la ciencia formal y exacta que, basada en los principios de la lógica, estudia las propiedades y las relaciones que se establecen entre los entes abstractos. Este concepto de 'entes abstractos' incluye a los números, los símbolos y las figuras geométricas, entre otros.

El campo de estudio de la matemática fue modificándose con el tiempo: hasta el siglo XIX se limitaba al estudio de las cantidades y de los espacios, pero con los avances científicos fueron apareciendo campos de la matemática que excedían esos dos, lo que exigió su redefinición.

La matemática tiene mucha relación con otras ciencias. En primer lugar, se apoya principalmente en la lógica y en sus estrategias para la demostración y la inferencia. Es por esto que la matemática es una ciencia objetiva: solo podrá ser modificada al demostrarse la existencia de errores matemáticos, para lo cual seguramente deberá modificarse gran parte del paradigma científico con el que se trabaja.

El método entonces radica en analizar esos entes abstractos para producir hipótesis y conjeturas, realizar deducciones, y acercarse así al conocimiento matemático, que como se ha dicho, se asume exacto y verdadero. Esas deducciones se llevan a cabo con el apoyo de definiciones (limitaciones de algo respecto de todo lo demás) y axiomas (premisas aceptadas sin la necesidad de una demostración).



La aplicación de las matemáticas aparece en casi todos los ámbitos de la vida.

Veamos una pequeña reseña:

En la vida cotidiana. Donde con gran asiduidad se hacen cálculos matemáticos, o bien mediciones y comparaciones. Tan omnipresente es la matemática en nuestra vida que muchos expertos consideran a la ausencia de nociones matemáticas como una variante del analfabetismo.

En las ciencias exactas y naturales. En muchos casos (como la ingeniería o la física), su existencia misma se debe de al enfoque que aportan las matemáticas. En la biología o la química también es sumamente importante la matemática.

En las ciencias sociales. Como la economía o la psicología, que se apoyan en conceptos matemáticos.

Incluso en otras disciplinas y en las artes (música, escultura, dibujo). se han utilizado y se utilizan recursos matemáticos.

¿Cuáles son las ramas de las matemáticas?

La matemática se subdivide en diferentes ramas, que fueron apareciendo con el tiempo y se dedican a partes específicas de esta ciencia. Estas son algunas de ellas:

Aritmética. Comprende el estudio de los números. Además de los números naturales, incluye a todos los números racionales, reales y complejos. Las operaciones que se realizan con estos números están incluidas en esta rama.

Geometría. Comprende el estudio de las figuras y sus vínculos con el espacio. Incluye a la trigonometría y a la geometría descriptiva, entre otras.

Probabilidad y estadística. Comprende el análisis de las tendencias sobre la base de un muestreo; resulta de mucho interés para las ciencias sociales.

Álgebra. Es la rama que se dedica a analizar las estructuras, realizando las operaciones aritméticas a través de letras o símbolos.



La persona que se dedica al estudio de las matemáticas es llamada matemático/a. Se pueden mencionar como destacados matemáticos a lo largo de la historia a Pitágoras, Arquímedes, René Descartes o Isaac Newton, quienes aportaron importantes conceptos a la materia.

Por último, se dice que un suceso es matemático o que ocurre matemáticamente cuando se presenta con mucha exactitud o regularidad, destacándose precisamente por ese atributo.

CONCEPTOS MATEMÁTICOS

Los números primos, los irracionales, los imaginarios, Pi y E, el 0 y el infinito, los fractales y la razón áurea. Son algunos de los conceptos matemáticos básicos que todo el mundo debería conocer. Aquí tienes un breve repaso a su historia y utilidad. Hay cosas que todos recordamos. Por ejemplo, que es primo cualquier número mayor que 1 que cumpla una norma: solo puede ser dividido por sí mismo y por 1. Es el caso del 2. Y del 3, del 5, del 7, del 11...

Eratóstenes, un matemático y astrónomo griego, ideó una manera sencilla para buscar números primos. Dibuja una tabla con todos los números que quieras a partir del 2. Luego ve tachando todos aquellos que sean múltiplos del 2. Luego los que sean múltiplos del 3. Luego del 5, del 7, y así sucesivamente. Los que queden sin tachar son todos primos. A esta técnica se le llama “criba de Eratóstenes”.

3	4	5	6	7	8
13	14	15	16	17	18
23	24	25	26	27	28
33	34	35	36	37	38
43	44	45	46	47	48



Los números primos, que llevan fascinando a los matemáticos desde su descubrimiento, se usan hoy como técnicas de cifrado (algo de lo que ya os hablamos). Imagina un número absurdamente grande, algo como:

3.527.075.438.238.295.822.083.471.097.193.579.384.912.841.084.108.562.041.958.239

Ahora supón que este número es el producto de dos números primos, y que solo descubriéndolos tendrás acceso a, por ejemplo, mi base de datos. El cálculo es extraordinariamente laborioso, incluso para un ordenador. Este sistema criptográfico se llama RSA y fue empleado por Estados Unidos y Rusia durante la Guerra Fría.

El cálculo de números primos sigue siendo un reto matemático hoy en día. En 2013, un matemático estadounidense encontró el número primo más grandes calculado hasta ahora. Tiene 17 millones de dígitos, así que entiende que no lo copiamos aquí.

EL CERO

El cero es un número de valor nulo. Entre otras curiosas peculiaridades, el 0 reduce al nada cualquier número con solo multiplicarse por él.

No es su única excentricidad. En contra lo que nos dice la intuición, el 0 es par... porque es múltiplo de 2. Para comprobarlo, basta con multiplicar $2 \times 0 = 0$.

Como todo lo que aprendimos en la infancia, la existencia del 0 hoy nos parece una obviedad, pero el descubrimiento de este número no fue tarea sencilla. Se cree que fue formulado por primera vez en la India, aunque aparece en varias culturas antiguas, más o menos simultáneamente, sin que llegara a asentarse hasta el siglo XVII.

El 0 es fundamental en nuestro mundo por muchas razones. La más obvia probablemente sea su papel clave en la era digital. Nuestros ordenadores funcionan en una base binaria, donde 1 significa “señal” y 0 “ausencia de señal”. Sin el 0, por tanto, ni siquiera podrías encender la luz.



EL INFINITO

El infinito es una cantidad sin límite que se representa con ∞ . Este símbolo deriva de una ecuación llamada 'lemniscata', que significa “cinta de lana”. Infinito no es un número real (es decir, que no es positivo, ni negativo ni tampoco 0).

El filósofo griego Zenon de Elea perfiló una serie de paradojas para ilustrar conceptos matemáticos, entre ellos el de infinito. Una de las más famosas es la de Aquiles y la tortuga.

Aquiles, conocido por su ferocidad guerrera pero también por su velocidad, retó a una tortuga a una carrera. Para no abusar, el guerrero dio una gran ventaja al animal y luego echó a correr. Cuando Aquiles llegó a la posición que ocupaba la tortuga cuando éste empezó a correr, ella ya no estaba ahí porque, lógicamente, había avanzado un pequeño trecho. Aquiles corre entonces hasta esa nueva posición, pero, cuando llega, la tortuga ha avanzado otro pequeño trecho. Y así sucesivamente, de manera que Aquiles, según la paradoja de Zenon, jamás conseguiría alcanzar a la tortuga. El guerrero seguirá acercándose a ella... hasta el infinito.

LOS NÚMEROS IMAGINARIOS

En 1777, un matemático suizo llamado Leonhard Euler (que tenía una fórmula propia) se cabreó con un número. Concretamente, con éste: $\sqrt{-1}$. No le gustaba, según parece, porque “no existía”. De modo que, en un arrebato de desprecio, lo llamó “número imaginario” (o “número i ”)

Un número imaginario se define como un número complejo cuya parte real es 0. A los matemáticos esto les sirve para solventar aquellas operaciones que los demás números complejos no pueden resolver. Por ejemplo, la raíz cuadrada de -1. No puede ser 1 (porque $1 \times 1 = 1$) ni -1 (porque $-1 \times -1 = 1$). Así que la raíz cuadrada de -1 solo puede ser... i .



La utilidad matemática de los números imaginarios es fundamental. Algunas operaciones matemáticas serían mucho más laboriosas sin la ayuda de este tipo de números (por ejemplo, en el campo de la telemática).

NÚMEROS IRRACIONALES

Un número racional es todo aquel que puede ser expresado como el cociente de dos números enteros. Un número irracional, por consiguiente, es justo lo contrario: aquel que no puede expresarse por medio de una fracción. Pi, el número e y el número áureo son todos irracionales.

Cuenta la leyenda que fue un matemático griego llamado Hipaso de Metaponto quien los descubrió. Y no le salió gratis. Hipaso pertenecía a la Escuela Pitagórica, un grupo que sostenía que toda la realidad puede reducirse a números. Cuando comunicó su descubrimiento a sus compañeros, ellos le pidieron que lo mantuviese en secreto, pero Hipaso no lo hizo. Se dice que tal agravio le costó la vida, y que Hipaso acabó ahogado en un río de Grecia en circunstancias poco claras.

Curiosamente, la Escuela Pitagórica acabaría pasando a la Historia, entre otras cosas, por descubrir los números irracionales.

Pi

Es, probablemente, el número irracional más famoso del mundo y su valor es bien conocido: 3.14159... El nombre se lo puso un matemático inglés llamado William Oughtred en el siglo XVII, tomando la inicial de la palabra griega περίμετρον, que significa “perímetro”.

Pi expresa la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. Este número fue profusamente estudiado por los pensadores griegos, obsesionados con la geometría, aunque no llegaron a formularlo con precisión. Tampoco Arquímedes



dio con el número exacto, aunque estableció una aproximación. En su obra 'Sobre la medida del círculo' escribió que el valor de Pi es mayor que $223/71$ y menor que $22/7$.

No fue hasta el siglo XIX que un matemático amateur llamado William Shanks se empeñó en calcular el número con neurótica precisión. Llegó hasta los 527 decimales. El hombre dedicó casi toda su vida a esta obsesión y fue necesario un siglo y un ordenador para superar sus cálculos.

Número e

Conocido como el número de Euler, se trata de un número real cuyo valor corresponde a $2.7182...$ y es la base de los logaritmos naturales.

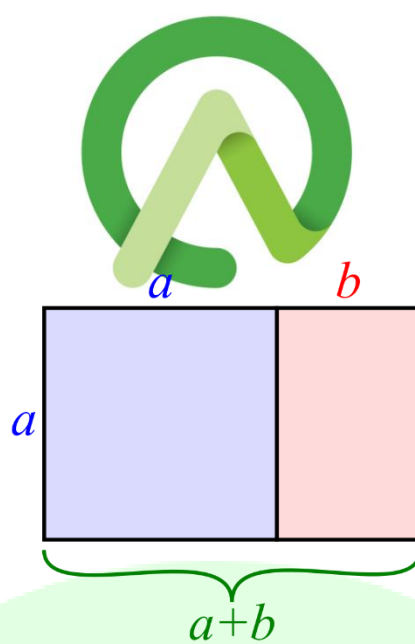
Fue descubierto por un matemático escocés llamado John Napier, que formuló, a su vez, los logaritmos. Quien lo popularizó, sin embargo, fue Leonhard Euler, el mismo que años antes se había cabreado con $\sqrt{-1}$ descubriendo así los números irracionales.

El número E es clave en cálculo y tiene multitud de aplicaciones en nuestro día a día: se emplea en banca, para calcular el interés continuo, en ingeniería, e incluso en las dataciones con carbono 14.

El número áureo

También llamado número de oro, es un número irracional cuyo valor aproximado es $1.618033...$

Se simboliza con la letra griega Φ (ϕ) y expresa la proporción entre dos fragmentos de una recta. La proporción áurea se representa con este rectángulo:



Este rectángulo respeta la proporción áurea. Si dibujas un cuadrado a partir de su lado más pequeño (a) y lo eliminas, el rectángulo resultante (coloreado en rosa) sigue respetando la proporción áurea.

Lo llamativo de esta proporción es que aparece en multitud de elementos de la naturaleza; está en los pétalos de las flores, en las hojas de un tallo y en los caracoles.

Muchos artistas, fascinados por este misterioso número, han reflejado las proporciones áureas en sus cuadros. Es el caso de Dalí y su 'Semitaza gigante volante, con anexo inexplicable de cinco metros de longitud'.





La proporción áurea también está presente en algunas obras arquitectónicas. El edificio de la ONU en Nueva York es el ejemplo más célebre.



Media y mediana

La media y la mediana son dos conceptos clave en estadística, a pesar de lo cual suelen confundirse (muy particularmente, todo sea dicho, en los medios de comunicación).

La media corresponde a la suma de una serie de cifras dividida por el número de sumandos. La mediana, por su parte, es el valor central en un conjunto de datos.

Existe un ejercicio imaginario que ilustra de forma muy clara la diferencia entre ambos conceptos. Imagina que estás en tu salón con un amigo. Tú ganas 1.100 y tu amigo 1.300, de forma que el sueldo medio en la gente que hay en salón es de 1.200.

Pero entonces aparece por allí Bill Gates. Resulta que Gates cobra 1.000.000 de euros al mes, por lo que sueldo medio aumenta, de golpe, hasta los 334.133 euros. Alguien que desconozca los datos individuales pensará que tu salón está lleno de gente rica cuando, de hecho, no es así.



La mediana, por su parte, corresponderá con el valor central. En este caso serían 1.300 euros, que es el sueldo de tu amigo.

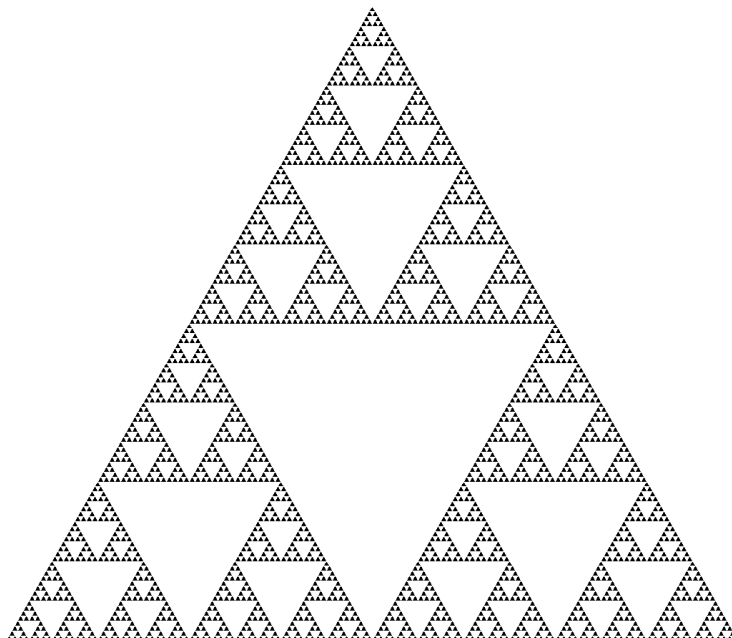
La confusión entre estos dos conceptos permite a la administración emplear uno u otro en función de sus intereses (que, como es sabido, poco tienen que ver con las matemáticas).

Fractal

Un fractal es un objeto cuya estructura se repite a distintas escalas.

Fue formulado por el matemático Benoit Mandelbrot, conocido sobre todo por su investigación del llamado conjunto de Mandelbrot.

Existen (aproximaciones a) fractales en la naturaleza, como los copos de nieve o las líneas costeras. De hecho, fue precisamente la costa de Gran Bretaña la que empleó Mandelbrot en uno de sus más populares artículos sobre fractales, como ya contamos.





El matemático descubrió que el perímetro de Gran Bretaña cambiaba sustancialmente en función de la unidad de medida elegida. Cuanta más pequeña era la escala de medida elegida, mayor era el perímetro obtenido. Era como si el perímetro de Gran Bretaña fuese infinito (cosa que probablemente encantó a los políticos de la época).

Hoy estamos bastante seguros de que Gran Bretaña es finita, pero este juego matemático sirvió a Mandelbrot para afirmar que existe un comportamiento fractal en las costas.

